

EL NACIMIENTO DE UN ESTADO LA CREACION DEL TAWANTINSUYU

SIN PLUMA NI PAPEL

LAS MATEMÁTICAS DEL IMPERIO INCA



QUIPU NUMERICO
DEL PARTICIPANTE

C	8
D	0
U	2

1. Introducción:

Son muchas las características que hacen del Tawantinsuyu uno de los imperios precolombinos más avanzados de América. Entre ellas cabe destacar la rápida expansión que experimentó, ya que en apenas un siglo creció desde Cuzco hasta alcanzar los 2.500.000 km² de extensión, ocupando territorios de los actuales Perú, Ecuador, Chile, Bolivia y Argentina. A la hora de estudiar y alabar el éxito que tuvo la difusión de la cultura incaica, es habitual hacerlo en términos de su expansión geográfica, económica y la conjunción e integración cultural para con las poblaciones conquistadas. No obstante, hay un factor común a todos estos aspectos que hizo que esta cultura triunfara: su profundo manejo y conocimiento matemático, que no solo les permitió llevar a cabo proyectos complejos tales como el **Qhapaq Ñan** (la red de caminos que unía el imperio), sino que también les permitía mantener un estrecho control recaudatorio sobre los pueblos anexionados, lo cual inevitablemente derivaba en una integración territorial y cultural integral.

Este trabajo, por tanto, se dedicará a analizar las matemáticas que otrora hicieron del Tawantinsuyu un imperio sin parangón, y cuyos orígenes pueden atribuirse a un gran legado de culturas preincaicas, cuya infraestructura abandonada y conocimientos transmitidos oralmente escaparon los escritos de los historiadores.

2. El sistema numérico

Puede llegar a resultar sorprendente lo mucho que el sistema de numeración adoptado puede influir en la cosmovisión de un pueblo o cultura. Este afecta a la manera en que los individuos de dicha cultura comprenden el mundo, se relacionan con él y con otros miembros de dicho pueblo. Por ejemplo, culturas que emplearon **base sexagesimal** (base-60), como los babilonios, fueron capaces de construir sistemas de medición temporal y angular muy avanzados, mientras que otros pueblos en los que no existen palabras que identifiquen números grandes, como algunas tribus amazónicas, se limitan a percibir las cantidades de mayor tamaño como aproximaciones, y presentan dificultades a la hora de percibir abstracciones tales como el concepto de infinito. Estas últimas culturas suelen tener unos sistemas económicos más limitados, normalmente de trueque, mientras que aquellas con bases matemáticas más amplias tienden a un mayor desarrollo económico, y por ende social.

En nuestro caso, es bien conocido que el pueblo inca empleó el **sistema decimal** (base-10), es decir, el mismo que utilizaban las culturas europeas del momento (y el empleado en la

actualidad), las cuáles lo habían aprendido por influencias indias y árabes (es por ello que este sistema también es denominado **numeración indo-arábiga**). Existen varias referencias que confirman un claro uso del sistema decimal, entre ellas se encuentran las **jerarquías de autoridades**, según las cuales un número (múltiplo de 10) cada vez mayor de familias era controlada por un ciudadano en particular. Así lo describe el jesuita *José de Acosta (1540-1600)*

Fuente: [2]:

es de saber que, la distribución que hacían los Incas de sus vasallos era tan particular, que con facilidad los podían gobernar a todos, siendo un reino de mil leguas de distrito, porque en conquistando cada provincia, luego reducían los indios a pueblos y comunidad, y contábanlos por parcialidades, y a cada diez indios ponían uno que tuviese cuenta con ellos, y a cada ciento, otro, y a cada mil, otro, y a cada diez mil, otro, y a éste llamaban Huno [huno-curaca], que era cargo principal; y sobre todos éstos en cada provincia un gobernador del linaje de los Incas, [...]

En la siguiente imagen, podemos apreciar el nivel de jerarquización que alcanzaba la sociedad inca, cuidadosamente agrupada en potencias de diez:

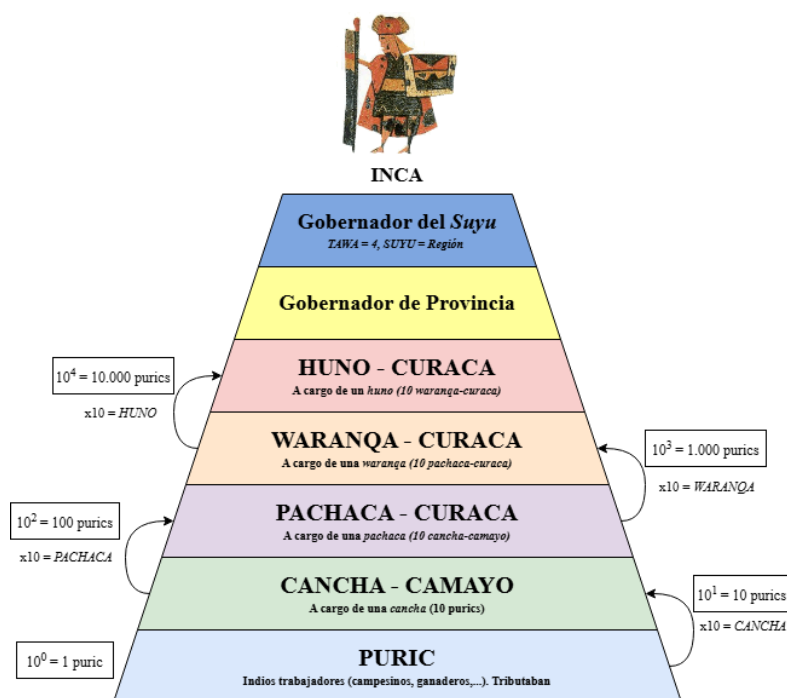


Ilustración 1: Organización jerárquica laboral y administrativa inca en potencias de 10. Fuente: original

Dicha numeración, junto con el **sistema vigesimal de los mayas**, tiene una característica de suma importancia que lo diferencia de otros sistemas empleados en culturas americanas precolombinas: se trata de un **sistema posicional**, es decir, un mismo símbolo (un dígito) tiene distintos valores dependiendo de su posición en la cifra total.

Para realizar una comparativa, vemos como otros pueblos precolombinos, como los **aztecas** (México), los **muiscas** (Colombia) y los **mapuches** (Chile y Argentina) empleaban sistemas en base **veinte, diez y cinco** respectivamente, siendo todos ellos **no posicionales**. Esto es un claro ejemplo de cómo el sistema numérico adoptado por un pueblo se origina y moldea según la lengua, tradiciones y forma de ver el mundo que tiene dicha cultura, pero a su vez afecta al tipo de relaciones económicas y sociales que pueden darse dentro de la misma. Es por ello que los aztecas pudieron tener una **administración centralizada**, gracias al cobro de tributos y su avanzada contabilidad, los muiscas no contaban con un gobierno centralizado pero sí con un sistema de comercio empleando como moneda de cambio **la sal y las esmeraldas**, y finalmente los mapuches, los más anárquicos de todos ellos, contaban con una economía de subsistencia, basada en el **trueque**. Cabe mencionar que todo esto no es solo consecuencia del sistema de numeración empleado por cada pueblo, ya que hay numerosos factores de toda índole que afectan a la estructura y jerarquía de una sociedad, pero sí resulta interesante estudiar las diferencias apreciables que presentan entre sí los sistemas.

No obstante, la diferencia más sustancial entre la numeración **inca** y **maya** (ambos sistemas posicionales) y a todas luces una desventaja para la cultura inca, que hace de su propagación una hazaña prodigiosa, es la evidente carencia de un **sistema de escritura**. El hecho de que un pueblo sea capaz de extender sus dominios hasta alcanzar el punto del Tawantinsuyu y ejercer control sobre todos ellos sin haber desarrollado la escritura es digno de admiración. Los mayas y los aztecas se valían de su **escritura jeroglífica y pictográfica**, respectivamente, para guardar registros contables y tributarios, así como para estudios astrológicos o mantener y transmitir su memoria histórica. Esto propició que ambas culturas contasen con un legado relativamente más sencillo de descifrar y comprender por los científicos, para los que la cultura inca resulta considerablemente más difícil de desentrañar.

Dado que los incas no contaban con un sistema de escritura, los métodos que desarrollaron para representar números y la forma de trabajar con ellos resultan de lo más fascinante. De hecho, los artilugios que crearon tanto para realizar cálculos como para plasmar todo tipo de información siguen siendo hoy en día objeto de estudio. Hablaremos de ellos a continuación, pero antes de ello, finalicemos este apartado con la traducción de los números básicos al **quechua** (Runa Simi), idioma oficial del imperio. Nótese el carácter posicional incluso en la transcripción fonética:

Número	Quechua	Número	Quechua	Número	Quechua
1	Huk	11	Chunka hukniyuq	30	Kimsa chunka
2	Iskay	12	Chunka iskayniyuq	40	Tawa chunka
3	Kimsa	13	Chunka kimsayuy	50	Pisqa chunka
4	Tawa	14	Chunka tawayuy	60	Suqta chunka
5	Pisqa	15	Chunka pisqayuy	70	Qanchis chunka
6	Suqta	16	Chunka suqtayuy	80	Pusaq chunka
7	Qanchis	17	Chunka qanchisniyuq	90	Isqun chunka
8	Pusaq	18	Chunka pusaqniyuq	100	Pachak
9	Isqun	19	Chunka isqunniyuq	1000	Waranqa
10	Chunka	20	Iskay chunka	1 000 000	Hunu

Tabla 1: Transcripción fonética de los números en quechua

A continuación, veremos el invento que hace del sistema de contabilidad inca algo único en el mundo, pues como ya se ha comentado, sin ser conocedores de la escritura fueron capaces de crear registros que les permitían llevar un riguroso control de población, de ganado y de tributos. Nos referimos a los célebres **Quipus** (*Khipu*, nudo en quechua), cuya importancia era tal en la sociedad inca que su uso, aunque muy reducido, ha llegado a nuestros días, y son un elemento representativo de dicho pueblo.

3. Sistemas de contabilidad

a. Quipu

Como ya se ha dicho, el quipu era el artilugio empleado por los incas para guardar un registro, principalmente de sus actividades económicas o censo poblacional. Pero este peculiar sistema les sirvió para almacenar algo más que simples números: también podía “grabarse” información acerca de la historia, así como canciones, árboles genealógicos y otros datos. Haciendo referencia al mismo libro mencionado previamente, José de Acosta comenta:

Fuera de esta diligencia, suplían la falta de escritura y letras, parte con pinturas, como los de Méjico, aunque las del Perú eran muy groseras y toscas; parte, y lo más, con quipos. Son quipos unos memoriales o registros hechos de ramales, en que diversos nudos y diversos colores significan diversas cosas. Es increíble lo que en este modo alcanzaron, porque cuanto los libros pueden decir de historias, y leyes, y ceremonias y cuentas de negocios, todo eso suplen los quipos tan puntualmente, que admiran. [...] (Fuente: [2])

Pero veamos que es realmente un quipu. Tal y como hemos comentado, es un **dispositivo de almacenamiento de información** (un primitivo disco duro) conformado por un conjunto de cuerdas (confeccionadas con algodón, lana de llama o de alpaca entrelazadas) con una

disposición específica, en las que se realizaban una serie de nudos. Se empleaban distintos tipos de cuerdas, entre ellas:

- **Cuerda principal:** la más gruesa de todas, de la que pendían el resto (directa o indirectamente). **No presenta nudos**
- **Cuerdas colgantes:** penden de la cuerda principal, en vertical **hacia abajo**.
- **Cuerdas superiores:** enlazadas a la principal pero tendidas hacia arriba (de ahí su nombre). Se empleaban para agrupar las colgantes, y habitualmente para representar la suma de varias de estas
- **Cuerda colgante final:** extremo en forma de lazo (no presente en todos los quipus)
- **Cuerdas auxiliares:** unidas a una enlazada a la principal (enlazadas **indirectamente** con la principal). Se anudaban en la mitad de la cuerda de la que procede.

Contando con un mínimo de 3 cuerdas, llegando a tener hasta 2.000 de estas en estructuras a la vista enrevesadas pero que siguen pautas muy claras:



Ilustración 2: Quipu Calendarico - Quipu Museo de Arte Chileno - Quipu Museo de Berlín. Fuente: [3]

La complejidad que entrañan los quipus, junto con los conocimientos e información que preservan, es justamente lo que les confiere una belleza digna de estudio. Tratemos ahora de entender el funcionamiento de estos. De la cuerda principal pendían gran cantidad de cuerdas agrupadas en **colores o sectores**, los cuales tenían un significado específico:

Color	Pardo	Carmesí	Morado	Verde	Rojo	Negro	Amarillo	Blanco	Celeste	Azul	Naranja
Sector	Gobierno	Inca	Curaca	Conquista	Guerrero	Tiempo	Oro	Plata	Respeto	Agua	Superioridad

Además, en cada cuerda se representaban los números desde el extremo libre hacia el anudado siguiendo las **potencias de 10**, comenzando por las unidades, decenas, centenas, unidad de millar y a veces también decenas de millar, hasta llegar al extremo unido a la cuerda principal (o colgante, en caso de las auxiliares). De aquí resulta evidente que el sistema empleado es posicional. Estos números se representaban mediante **conjuntos de nudos**, que al igual que en nuestro sistema actual, multiplican por la potencia de 10 de la posición que nos encontremos.

Esto es, para leer un número representado en una cuerda colgante, tendremos que contar el número de nudos del primer conjunto (el más cercano a la principal) y multiplicarlo por su potencia de 10 correspondiente, y así sucesivamente, sumando todos los números que obtengamos hasta llegar a las unidades (potencia $10^0=1$), con la que hallaremos el resultado final. Cabe mencionar que el **espaciado** entre conjuntos de nudos era de suma importancia, ya que para representar el **cero** dejaban el lugar que debería haber ocupado el nudo de dicha posición **vacío**, y por ello, para no dar cabida a error por la ausencia de un nudo, era fundamental espaciar las posiciones de forma equidistante en todas las cuerdas. Los tipos de nudos empleados para representar los números son los siguientes:

- **Nudo de 8 o Flamenco (E):** empleado para representar 1 unidad (únicamente en la posición de las unidades). Si había más de 1 unidad, se empleaban los nudos largos.
- **Nudos largos (L):** un nudo con **tantas vueltas como el dígito** al que representan, cuando las unidades son **mayores que 1**. De nuevo, exclusivo de las unidades
- **Nudos simples (s) :** un nudo de una sola vuelta.

El Sistema de Ascher, en honor a su creador Robert Ascher, se emplea como nomenclatura para escribir la sucesión y tipo de nudos en que se descompone una cifra (las letras indicadas entre paréntesis). El **cero (0)** se representa con el símbolo **X**. Algunos ejemplos de números representados mediante este sistema son:

- 1s, 1s, 2L: 112
- 5s,X,5L: 505
- 2s,8s,E: 281
- 5s,4L,3s,X,2L: 54 y 302, contiguos

Además de todos estos elementos, en las cuerdas colgantes de los quipus también se podían hallar datos que no se correspondían con dígitos. Son lo que denominaron **etiquetas numéricas**. Pudieron emplearse para designar factores muy diversos, a modo de código: bien relativo a una persona, emplazamiento, etc....

Veamos unos ejemplos muy sencillos, pero suficientes para aprender la mecánica de los quipus. Primero, de todos los tipos de nudos:

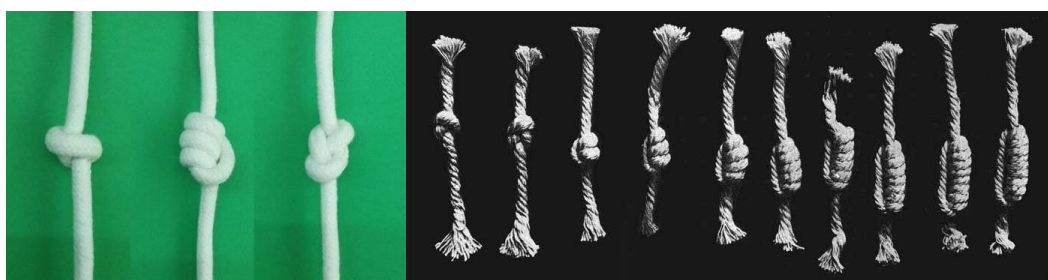


Ilustración 3: Izda.: Nudo simple, Largo de 3 Uds. y en 8 / Dcha.: Nudos simples y Largos de 2 a 9 Uds. Fuente: [2]

Ahora, mediante una simplificación de un quipu (suponiendo que el rotulador es la cuerda principal, de la que pende una cuerda colgante), se muestran dos ejemplos muy ilustrativos de la representación de cifras y espaciado de nudos:

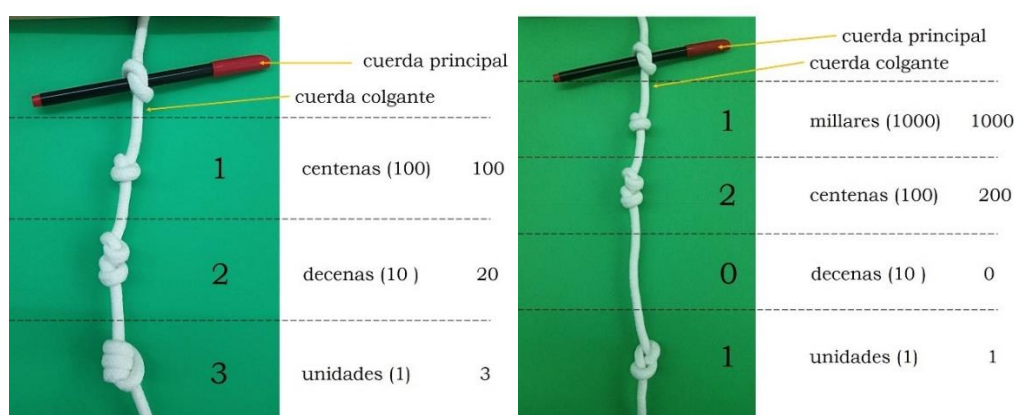
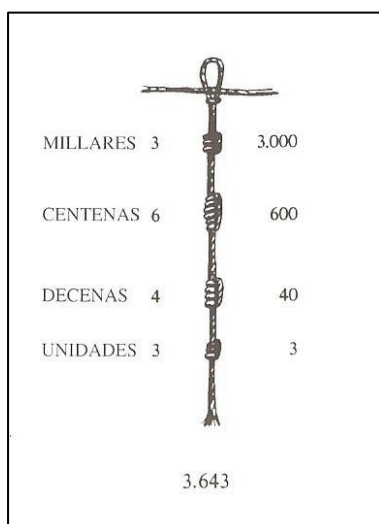


Ilustración 4: Números 123 y 1201 representados en quipus, respectivamente. Fuente: [2]

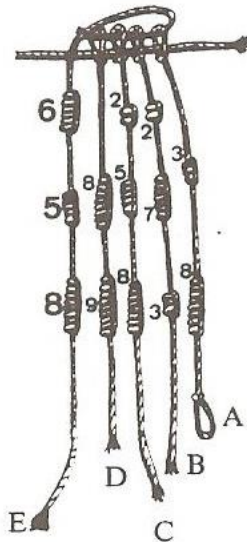
También, a modo de simplificación para reducir la dificultad y la cantidad de nudos a realizar, en algunos quipus se empleaban los nudos largos no solo para la posición de las unidades, sino que también para el resto de las posiciones. De este modo, las cuerdas colgantes quedaban mucho más limpias y los cálculos podían hacerse de un modo más claro (Fuente: [2]):



Primero contamos el total de conjuntos de nudos, **teniendo en cuenta los espacios**. En este caso no hay espacios, y obtenemos **4 conjuntos de nudos**, luego el primer número corresponde con la potencia $10^{4-1} = 10^3 = 1.000$, las unidades de millar. Para obtener el número final, vamos reduciendo las potencias de 10 y multiplicándolas por el número de vueltas del nudo. Sumando todas, al final obtenemos:

$$3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 = 3.643$$

Además, una práctica habitual y de gran utilidad era emplear **cuerdas superiores** para agrupar cuerdas colgantes, representando en dicha cuerda superior **la suma de todas las agrupadas**. Este uso es evidente en la siguiente imagen (Fuente: [2]):



Dado el conjunto de cuerdas colgantes A,B,C y D, estas se agrupan mediante la **cuerda superior E**.

Los valores de las cuerdas de dicho conjunto son:

$$A = 38 \quad B = 273 \quad C = 258 \quad D = 89$$

Por tanto, realizando la suma y codificándola en la cuerda superior E, que agrupa a las demás, nos queda el siguiente resultado, representado en el quipu:

$$E = A + B + C + D = 658$$

EJEMPLO PRÁCTICO:

Con un ejercicio práctico, vamos a simular de qué manera los incas podrían codificar no solamente dígitos, sino información que luego fuesen capaces de interpretar, y todo ello sin haber inventado un sistema de escritura. Para ello, aunaremos los conocimientos recién adquiridos sobre escritura en quipus con los métodos de codificación de los computadores modernos. En concreto, vamos a emplear el famoso sistema ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*), que consiste en una tabla que asigna un número a cada carácter (que los ordenadores leen en binario, pero nosotros traduciremos a decimal para adaptarlo a la escritura en quipus).

Codifiquemos la frase: **Ruta Inti 2025!**, que cuenta con 15 caracteres, contando espacios. Valiéndonos de Excel y su función CODIGO(*texto*) que devuelve el código ASCII de un carácter dado, obtenemos:

R	u	t	a		l	n	t	i		2	0	2	5	!
82	117	116	97	32	73	110	116	105	32	50	48	50	53	33

Nótese que cada uno de los dígitos de la cifra 2025 se está tomando como carácter, ya que necesitamos diferenciarlos de la codificación de las letras y otros símbolos. Para los computadores es necesario, ya que necesitan distinguir entre un carácter imprimible y un número con el que hacer operaciones, aunque para codificarlo en quipus es evidente que no

resulta nada útil. Podemos resolver este detalle diferenciando las cuerdas empleadas para la codificación de caracteres con las que no codifican nada, y por ende deben ser interpretadas como la cifra que representan.

Asimismo, si quisiéramos compactar la escritura y facilitar la lectura de alguna manera, podríamos agrupar por sectores aquellos caracteres que conforman una palabra, y como ya hemos dicho, emplear un color específico para los números y así no codificarlos como caracteres. También podemos suponer que entre palabras siempre hay espacios en blanco. Así, llegamos a los dos siguientes quipus, que codifican la misma frase:



Ilustración 5: Quipus que codifican caracteres. Fuente: original

Si bien es cierto que los incas no habían inventado un sistema de escritura, podrían haber codificado los fonemas que empleaban de una manera similar a lo que acabamos de mostrar con los caracteres de nuestro alfabeto, y de esta forma atesorar y encriptar sus historias dentro de los propios quipus. Algo similar es lo que planteó **William Burns Glynn** (1923 - 2014), quién pensaba que los quipus eran libros con **escritura alfanumérica**, dónde los números de cada nudo se atribuían a consonantes del quechua.

Finalmente, no podemos hablar de los quipus sin mencionar a los **quipucamayoc** (en quechua, responsable del quipu). Eran, como su nombre indica, los encargados de elaborarlos, registrar en ellos la información necesaria e interpretarlos para los gobernantes. Para recoger distintos tipos de información existían diferentes quipucamayoc, y cada aldea o región contaba con los

suyos propios. De hecho, cada comunidad, sin importar del tamaño que fuese, tenía un mínimo de 4 quipucamayoc anotando los mismos datos en sus quipus, para un posterior cotejado. Esto era debido a la concepción existente en los Andes del sistema de dualidad, denominado *Hanan* y *Hurin* (las dos partes en las que se dividía Cuzco, asimismo divididas en dos mitades cada una, asociándose cada cuarto con una de las cuatro partes del imperio. Hace alusión a los dos bandos en los que estaría dividida la dinastía real inca). Tal y como dice el cronista **Poma de Ayala** “con cordeles gobernaban todo el reino”.

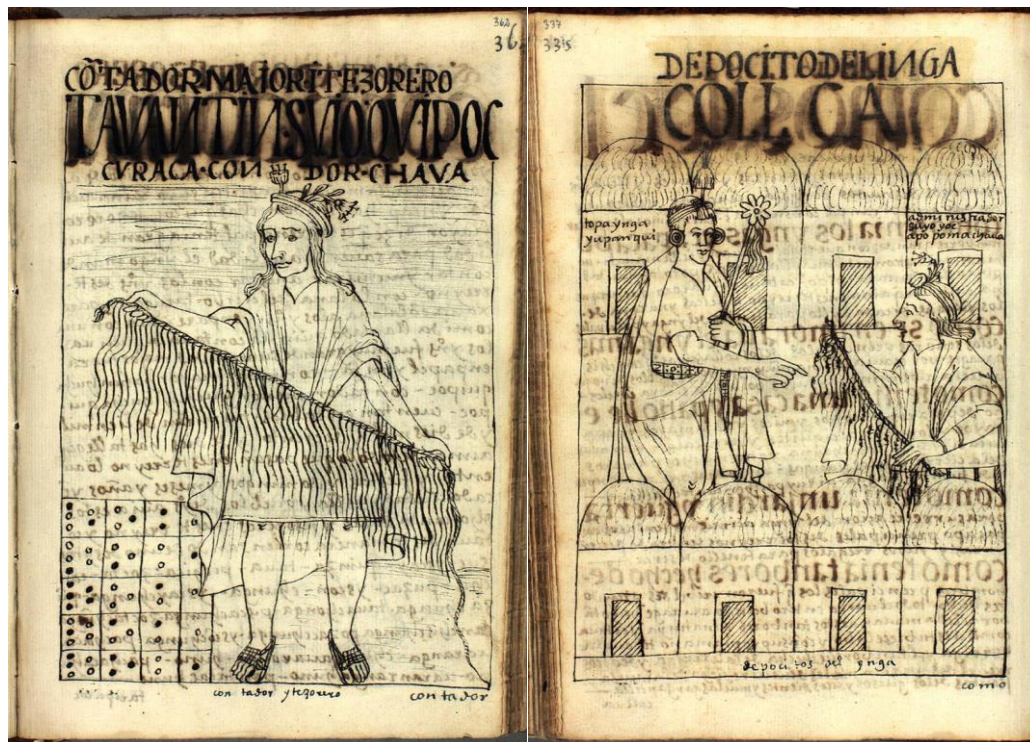


Ilustración 6: Izda.: “El contador mayor y tesorero” Quipucamayoc con quipu y Yupana. Fuente: [6]
Dcha.: “Los depósitos del inca” Quipucamayoc administrando los depósitos, realizando el inventario

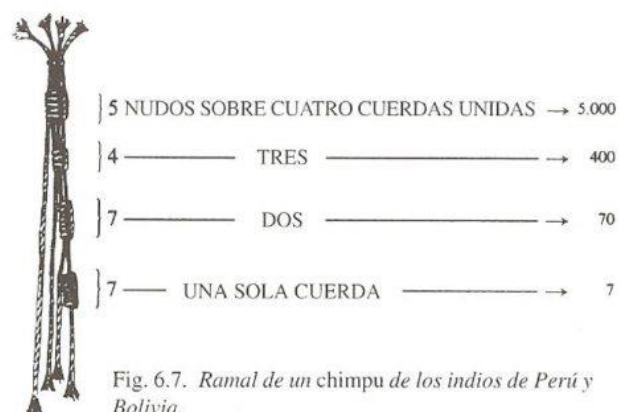


Ilustración 7: Chimpu, pariente del quipu usado en la actualidad, también con cuerdas y potencias de 10. Fuente: [2]

b. Yupana

Comúnmente denominada ábaco inca, su significado literal es “lo que sirve para contar” (del quechua “*yupay*”, contar). De este modo, mientras que los quipus eran un método de registro, las yupanas eran un medio de cálculo. No obstante, ninguno de los textos fiables que han perdurado durante el tiempo (como el ya citado del jesuita José de Acosta) contiene explicación alguna del funcionamiento de la yupana, más allá de halagos a la velocidad y destreza que los incas demostraban al usarlas. Existen varias teorías al respecto, y muchas de ellas surgen al tratar de corregir dificultades que presentaban otras hipótesis, pero antes de estudiarlas, veamos de qué se compone una yupana:



Ilustración 8: Yupana de piedra tallada. Dos yupanas talladas en madera. Fuente: [8]

Se encontraban en diversos tamaños y materiales. Las denominadas **arqueológicas**, talladas en cajas de madera, las **arqueológicas fijas**, igual a las previas pero que se hallaban empotradas en el suelo. Finalmente, y la que ha resultado mayor objeto de estudio, las de **Poma de Ayala**, cronista indígena cuyo dibujo del quipucamayoc con el quipu y la yupana hemos visto antes. A continuación estudiaremos la hipótesis o método de uso la yupana denominado “*Tawa Pukllay*” de **Dhavit Prem**. Según este, la yupana consiste en una matriz o tablero de 5 filas (F10000, F1000, F100, F10 y F1) que representaban las potencias de 10 y 4 columnas (C5, C3, C2 y C1. Notar que estos son parte de la **sucesión de Fibonacci**). Al colocar una semilla (comúnmente, granos de maíz) en una casilla (F_i, C_j), esta toma el valor $i \times j$:

	5	3	2	1	
DM	45	27	18	9	10000
UM	15	9	6	3	1000
C	5	3	2	1	100
D	1	1	1	1	10
U	1	1	1	1	1

Ilustración 9: Números 97, 374 y 2026. Fuente: [7]

Los incas eran capaces de realizar con agilidad las operaciones básicas de sumar, restar, multiplicar y dividir. Por ejemplo, para la suma y la resta, colocaban en el tablero las cantidades involucradas en la operación y posteriormente realizaban una serie de movimientos repetitivos, unos patrones que tras su continuo uso eran fácilmente reconocibles, para llegar a la forma óptima del tablero o yupana, es decir, aquella en la que únicamente hay una ficha por casilla. Los movimientos son los que siguen:

- **Iskay:** básicamente consiste en representar dos fichas en la columna del 2 como una ficha en la columna del 3 y otra en la del 1 (i.e., $2 + 2 = 4 = 3 + 1$).
- **Kimsa:** equivalente al anterior pero en la columna del 3 ($3 + 3 = 6 = 5 + 1$).
- **Pisqa:** subir una fila. Sustituimos dos fichas en la columna del 5 por una ficha en la columna del 1 **de la fila inmediatamente superior** ($5 + 5 = 10$, $50 + 50 = 100$, etc....).
- **Kikin:** sustituir dos, tres o cinco fichas en la columna del 1 por su columna correspondiente.
- **Pichana:** de dos tipos, pudiendo ser *Pichana 1-2* o *2-3*. Al tener dos fichas en columnas consecutivas se sustituyen ambas por una ficha en la columna inmediatamente a la izquierda ($1 + 2 = 3$, $2 + 3 = 5$).

Como ya hemos dicho, con estos simples movimientos (y cierto pensamiento matemático simple pero inteligente y muy bien aplicado) eran capaces de realizar todas las operaciones básicas. Los métodos empleados para realizar dichas operaciones son muy visuales y resultan de gran ayuda a la hora de entender el procedimiento real que supone cada operación. Veamos muy sucintamente como las realizaban:

- **Suma:** representando los números involucrados en la operación y realizando los movimientos hasta llegar a la forma óptima.
- **Resta:** representando ambos números con fichas de distintos colores. Si dos fichas de distinto color se encontraban en la misma celda, se eliminaban. Los movimientos se realizaban a la inversa (descomponían los números en cantidades más pequeñas para poder restar) hasta llegar a la forma óptima, con fichas de un solo color.
- **Multiplicación:** es una secuencia de sumas. Es decir, para multiplicar $M \times N$ (con $M \geq N$) se sumaba M consigo mismo N veces.
- **Dividir:** comprendían la división como la cuenta de las veces el divisor se encuentra en el dividendo. Por tanto, restaban el divisor al dividendo hasta que la cantidad restante era inferior a dicho divisor (resto).

4. El Qhapaq Ñan

Finalmente, hablemos brevemente del Qhapaq Ñan, el *Camino Principal Andino*, una red de caminos con dos vías longitudinales principales (a lo largo de la costa) y otras transversales, atravesando la cordillera en varios puntos y uniendo las dos anteriores. Esta faraónica obra de unos 30.000 km fue fundamental para el imperio, pues facilitó la recolección de tributos y recolección de bienes, así como permitió el paso de ejércitos a través de la complicada orografía de los Andes. Además, demuestra que los incas poseían un conocimiento geométrico y aritmético avanzado, pues diseñaron puentes colgantes, escalinatas y sistemas de drenaje.



Y todo esto fue posible en gran parte gracias a los **quipus** y **yupanas**. Mediante las yupanas fueron capaces de realizar cálculos numéricos de manera rápida y mecánica, que de no haber sido por estas habrían sido más costosos y lentos, y los quipus fueron vitales para mantener registros no solo de los bienes y tributos que se distribuían, sino también de trabajadores y militares que utilizaban el sistema de caminos. (Fuente de la imagen: [\[10\]](#))

Esta red de caminos, que en parte empleaba vías ya erigidas por civilizaciones preincaicas, no solo suponen una gigantesca obra de ingeniería, sino que además son un reflejo material del avanzado pensamiento matemático de la cultura inca, así como de su compleja organización social.

5. Conclusiones

Son numerosos los aspectos que hacen del Tawantinsuyu un imperio asombroso. Pero son las matemáticas, invisibles a simple vista pero presentes como en todas las culturas, antiguas y actuales, las que permearon e influyeron en todos los niveles de la cultura y sociedad inca, y por ende las que propugnaron su éxito. Aún cinco siglos después de su caída, los sistemas de contabilización y aritmética de los incas suscitan dudas y admiración entre los estudiosos, y siguen publicándose nuevas teorías que buscan indagar en los misterios que todavía existen, tratando de sacar a la luz los ingeniosos y avanzados métodos que idearon en su momento para emprender proyectos y hacer frente a vicisitudes, y todo ello sin conocer ni emplear la escritura.

6. Bibliografía

- [1] Acosta, J. de. (2008). *Historia natural y moral de las Indias* (Edición original de 1590). Editorial Crítica.
- [2] Cultura Científica. (2018, 16 de mayo). Quipu y yupana: Instrumentos matemáticos incas (I). Cuaderno de Cultura Científica. <https://culturacientifica.com/2018/05/16/quipu-y-yupana-instrumentos-matematicos-incas-i/>
- [3] Pueblos Originarios. (s.f.). *Quipu*. Pueblos Originarios de América. <https://pueblosoriginarios.com/sur/andina/inca/quipu.html>
- [4] Cultura Científica. (2015, 16 de septiembre). *El quipu: Algo más que un registro numérico*. Cuaderno de Cultura Científica. <https://culturacientifica.com/2015/09/16/el-quipu-algo-mas-que-un-registro-numerico/>
- [5] Isabel Yaya, «Hanan y Hurin: historia de un sistema estructural inca», *Bulletin de l'Institut français d'études andines* [En línea], 42 (2) | 2013, Publicado el 08 agosto 2013, consultado el 30 enero 2025. URL: <http://journals.openedition.org/bifea/4049> ; DOI: <https://doi.org/10.4000/bifea.4049>
- [6] Urbina, O. (2007). *Los números y las matemáticas preincas* [E-book]. Lulu. <https://www.lulu.com/es/shop/dr-oscar-urbina/los-n%C3%BAmeros-y-las-matem%C3%A1ticas-preincas/ebook/product-1qnqq2z.html>
- [7] Grupo Alquerque. (2022). *Yupana Inca: Manual* [PDF]. Grupo Alquerque. https://www.grupoalquerque.es/ferias/2022/archivos/material/juegos_calculo/Yupana-inca_Manual.pdf
- [8] Cultura Científica. (2018, 30 de mayo). *Quipu y yupana: instrumentos matemáticos incas (II)*. Recuperado de <https://culturacientifica.com/2018/05/30/quipu-y-yupana-instrumentos-matematicos-incas-ii/>
- [9] Saldívar, M. L. (2019). *Tawa: Matemática y cosmovisión andina*. FUNES. Recuperado de <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1153599/Saldivar2019Tawa.pdf>
- [10] ArqueoTimes. (s.f.). *El Qhapaq Ñan: Superviviente del paso del tiempo*. Recuperado el 26 de enero de 2025, de <https://arqueotimes.es/el-qhapaq-nan-superviviente-del-paso-del-tiempo/>